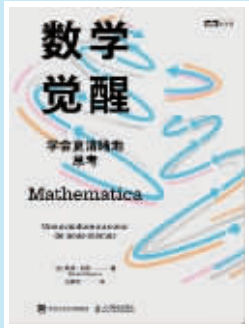


从畏惧到觉醒,只差一个“践行”的距离

——读《数学觉醒:学会更清晰地思考》



《数学觉醒:学会更清晰地思考》
(法)戴维·贝西 著
赵晓蕊 译
人民邮电出版社
2026年2月出版



◎ 潘楷昕

什么样的人才能配得上数学界最高的荣誉？2026 年 7 月 23 日,中国数学家王虹、邓煜同获菲尔兹奖。这是中国数学家首次获得这项被称为“数学诺贝尔奖”的荣誉。王虹与合作者证明了困扰数学界近百年的三维挂谷猜想,邓煜则在希尔伯特第六问题的研究中取得关键突破。媒体一度把邓煜的灵感浪漫化为“一顿炸鸡引发的顿悟”。他特意纠正:这并不准确,真正的突破其实是一个从 2018 年一直持续到 2025 年的漫长过程。这个澄清精准戳破了大众对天才的刻板印象,印证了法国数学家戴维·贝西在《数学觉醒:学会更清晰地思考》中试图传递的理念:数学理解从来不是神秘的灵光乍现,而是一种可以被摸索、被训练出来的能力。

这种摸索,很像幼年时把积木塞进孔洞的经历:星形积木怎么也塞不进圆孔,大人在一旁轻松示范,靠的不是力气,而是一眼就能看出积木与孔洞之间的形状关系,而孩子却要在反复试错时才能领悟。成年后,人们面对复杂的现实问题时,常常重温这种无措感,却比孩子更容易放弃,用“我天生没有理科头脑”,过早地为自己的困惑下定论。

法国国家科学研究中心研究员贝西在《数学觉醒:学会更清晰地思考》中,正是要挑战“数学靠天赋”的偏见。他认为,人与人之间的先天差异或许存在,却远不足以解释数学学习中表现出的巨大差异,方法、经历和思维习惯才是关键。我们害怕数学,往往是因为在过往学习中,很少有机会看见“理解”是如何发生的。

卸下天才的光环

普通人面对复杂的数学公式和符号时,往往缺乏求知的兴奋,只急于寻找标准答案以摆脱眼前的困境。久而久之,“没有听懂”,需要老师不断的鼓励,而能够复述结论便被误认为已经理解,所谓“天才光环”,正是在这种认知错位中形成的:人们只看见少数人最终呈现的成果,却看不见他们一路经历的迷失、摸索,以及想法逐步成形的过程。

贝西把经过严格整理,以定义、公式和证明公开呈现的数学称为“官方数学”,把数学家头脑中由心理图像、身体感受和抽象直觉构成的理解称为“秘密数学”。他并不否定公式与逻辑的价值,只是许多数学教学只把整理好的结果交给学生,却很少展示这些结果最初怎样形成。学生仿佛只被要求阅读乐谱,却很少有机会听见数学家头脑里的音乐。

贝西刚进入数学研究领域时,也曾被论文中层层嵌套的概念弄得灰心丧气,觉得数学书理应从第一页读起,按顺序才能读懂。直到同行拉斐尔提醒他:大可不必如此。阅读数学书可以直接翻到最令自己好奇的地方,遇到障碍时再回过头查找,无关的细节不妨先搁置。阅读的目的从来不是“按顺序读完”,而是“理解解向前推进”。

拉斐尔的建议也让贝西意识到,真正的理解并不一定沿着预设的轨迹发生。数学家亚历山大·格罗滕迪克曾将自己具有里程碑意义的论文轻描淡写地称为“荒谬的文章”。贝西从这种近乎自嘲的表达中看到的,正是不急于维护完美形象、允许想法慢慢成熟的从容。数学创造,本质上需要保留几分近乎孩童的姿态:孩子不会因为一次失败便断定自己没有天赋,而会换一种办法继续尝试;成年人却往往害怕暴露无知,宁愿假装听懂,也不愿承认自己正在摸索。

数学家让－皮埃尔·塞尔拒绝这种表面的“懂”。听完贝西的报告后,他直截了当地说:“你得再给我解释一遍,因为我什么也没听懂。”塞尔并非不重视推导的严密性,而是不满足于沿着符号完成形式上的跟随。他想知道事情为什么会这样,并能在自己的头脑中重新走过这一过程。这句话让贝西困惑了很久,毕竟那场报告他准备充分、逻辑清晰,连后排的学生都听懂了。直到后来他才恍然大悟:塞尔所说的“懂”,指的是看透推理从何而来,而不只是接受它是对的。

从身体到符号的生长

贝西认为,数学并不仅仅发生在纸面的符号中,而是一种身心共同参与的实践。抽象之所以能够被理解,不是因为人摆脱了身体,而是因为人能把看不见的关系,转化成可以在头脑中反复调用的图像。

比如,面对高耸的桥梁,他会在金属结构上叠加一层想象的图像,试着“看见”哪些部分正承受压力,哪些部分正承受拉力。这些无形的物理状态无法被肉眼直接捕捉,却能通过训练有素的想象,在脑海中被变得仿佛可以触摸。

这种借助身体建立理解的能力,并非数学家的专利。跳高运动员理查德·福斯伯里发明背越式跳高时,必须在反复想象和试错中,逐步克服身体对背向落地的本能抗拒。几何学家威廉·瑟斯顿的空间直觉,同样不是天赋异禀,而是被逼出来的。他自幼患有严重的先天性斜视,很难像常人一样感知立

体世界。母亲从他两岁起就陪他做各种视觉训练,他也从小学开始有意识地锻炼可视化能力。正因为通往三维世界的直觉大门对他关闭,他才用几十年的耐心,一点点建构出后来令整个数学界惊叹的空间直觉。一个在身体中试验动作,一个在头脑中重构空间,两人都不是先得到完整答案,再照着行动。

“从 1 加到 100”的高斯故事,常被包装成天才灵光乍现的传奇。其实这道题有一种很朴素的解法:把 1 到 100 正着写一排,再倒着写一排,两排对齐相加,每列之和恰好为 101,一共 100 列,总和就是 100 乘 101;由于这相当于把原和算了两遍,需要除以 2,正是 5050。原本只能逐个相加的数字,由此变成了一眼就能看清的整体结构。重要的不是背下求和公式,而是亲自看见它为何成立。贝西反对的,正是把这种心理重构神秘化,仿佛这种洞见是少数天才才能有的特权。

让直觉与逻辑对话

直觉来得迅速,却未必准确;逻辑能够检查推理,却需要更多时间和注意力。

在著名的“球与球拍”测试中,球和球拍共计 1.10 美元,球拍比球贵 1 美元,球值多少?许多人会脱口而出:球值 10 美分。而正确答案是球值 5 美分,球拍值 1.05 美元。许多人答错,并非算不出这道题,而是直觉给出的答案来得太快,又显得足够合理,以至于没有继续检查题目中的差值条件。丹尼尔·卡尼曼在《思考,快与慢》中,用自动、迅速的“系统 1”和缓慢、费力的“系统 2”解释这种认知偏差。

贝西并不否认这种区分,却认为仅仅调用“系统 2”纠正“系统 1”给出的答案,并不能带来深入的理解。“系统 2”需要高度专注,人很难始终依赖这种方式处理每一个判断。当直觉与检查结果发生冲突时,人需要停下来,看清自己为什么得到那个答案,再换一种方式理解问题。贝西把这种让逻辑的检查结果反过来改变直觉的过程,称为“系统 3”。

与其记住正确答案,不如重新组织这道题的图像。你可以在脑海中画出两条线段,长线条代表球拍,短线条代表球。长线条比短线条多出 1 美元;去掉这多出的部分,总价还剩 10 美分。此时,两条线一样长,因此每一份都是 5 美分。原本需要一步步推导的关系,就这样变成了一个能够直接“看见”的结构。

面对更复杂的数学对象,直觉与逻辑之间的往返会持续得更久。想象你手里有一根像耳机线一样缠成一团的绳圈。有些只是“假结”,只要耐心将一捋,最终总能还原成一个光滑的圆圈,这在数学上被称为“平凡结”;但另一些结,比如带有三个交叉的“三叶结”,无论怎么捋都无法恢复成圆圈。

仅凭肉眼,很难分辨一根乱糟糟的绳子究竟属于哪一种。人们通常会先在脑海中试着摆弄绳圈,凭借直觉猜测它的类别;但要获得数学意义上的确证,就必须将这种直觉转化为可供他人核查的证明。而在推导过程中出现的障碍,不仅会暴露猜想的漏洞,更会反过来修正并重塑我们最初的直觉。

理解的边界

在书中,贝西对心理图像的描述带有鲜明的个人经验印记。他习惯于将空间、运动乃至代数结构转化为可感知的内部图像,但这种方式是否适用于所有人,仍是一个开放性的问题,这些经验能在多大程度上转化为普遍适用的教学方法,还有待更多实践检验。

更重要的是,直觉也不能替代必要的知识训练,更不能取代严格的证明。17 世纪初,开普勒凭直觉提出了球体最密堆积的正确排列方式,直到 1998 年,托马斯·黑尔斯才宣布完成证明。这一证明既依赖数学论证,也借助计算机检验了大量特殊情况。计算机并非数学家直觉失效后的替代品,它所处理的情形必须由数学问题本身划定,运算结果也要放回完整的论证框架中,接受数学共同体的审查。心理图像属于个人,数学证明却必须能够被共同体阅读、质疑和检验;直觉常常为数学创造提供方向,逻辑则使个人的确信有可能成为公共知识。

不过,贝西对学校数学教育的批评有时略显笼统。心理图像并不会凭空产生,知识积累、反复练习和准确表达,同样是数学能力的一部分。规范训练也未必总会压抑直觉,有时恰恰为直觉提供了可以依附的结构。真正的疑问只在于,这些训练最终是通向理解,还是停留在对规则的机械执行。

当福斯伯里第一次在摄像机前看到自己跳过横杆的画面时,他自己也很难相信屏幕里的动作竟能在现实中成为可能,尽管那正是他用自己的身体一步步试出来的。

数学觉醒,或许就是不断经历这样一个瞬间:你终于发现,那个答案并非凭空而来,它早已在你反复的试错与摸索中悄然形成。我们对数学最深的误解正在于此:害怕的从来不是数学本身,而是承认自己还没有看懂,从而错失了真正理解它的机会。

苹果还能“不同凡想”吗？

——读《苹果传:五十年传奇》

◎ 杨 吉

步入 2026 年,全球科技行业的聚光灯大多投向 AIGC、仿真机器人、GPU 算力赛道。OpenAI、DeepSeek、宇树科技等众多名字占据着舆论的中心,苹果似乎渐渐淡出大众热议的焦点。但这并不代表苹果已经掉队或是发展陷入停滞。两组客观数据足以说明苹果依旧强大:iPhone17 出货量逆势上涨,手机市场占有率连续多年稳居全球第一;普华永道发布的《2026 全球市值百大企业排名分析报告》显示,苹果以 3.726 万亿美元的市值位列全球第二,仅次于风头正盛的英伟达。

不可否认,在轰轰烈烈的 AI 大模型竞赛浪潮之中,苹果的步伐显得有些滞后。除了和部分 AI 企业开展合作,成果尚待市场检验之外,当下最能代表苹果 AI 实力的产品,就只有全新的 Siri AI。2026 年恰逢苹果成立五十周年,站在半个世纪的时间节点,业界都在思考这家老牌科技巨头,还能不能继续书写属于自己的传奇？



《苹果传:五十年传奇》
(美)大卫·波格 著
林嘉涛 译
浙江人民出版社
2026年 8 月出版

为纪念这个特殊年份,大卫·波格推出新作《苹果传:五十年传奇》。这并非第一本苹果传记,二十多年来,沃尔特·E·萨克森的《史蒂夫·乔布斯传》、布伦特·施兰德等人的《成为乔布斯》、安迪·赫茨菲尔德的《硅谷革命》、利恩德·卡尼的“苹果三部曲”等作品早已占据读者书架。波格的新意在何处?他在引言里先澄清了一堆流传甚广的“伪常识”:苹果并非从车库起家,是乔布斯与沃兹尼亚克第四次合作创业的产物;乔布斯不是苹果首任 CEO,约翰·斯卡利也没有开除乔布斯;“不同凡想”(Think Different)的广告词不是乔布斯的创意;平板电脑的研发其实早于手机。这些考据无关宏旨,却精准戳中了过往叙事的讹误,也点明了本书的创作宗旨:更真实、更具体、更全面,完整还原苹果五十年经营史的关键阶段与重大节点。

为兼顾长达五十年的时间跨度、覆盖后乔布斯时代库克执掌的十五年,波格采用了最稳妥的编年体结构,将全书分为“初创”“空位期”“史蒂夫 2.0”“蒂姆”四个篇章,每部分平均覆盖十余年,是迄今为止记录苹果全周期最详尽的作品,堪称“苹果历史百科”。若只想选一本书通读苹果的过去与现在,这本书当仁不让。

书里既有大众耳熟能详的传奇,也有被忽略的细节:联合创始人史蒂夫·乔布斯与史蒂夫·沃兹尼亚克,他们两人迥异的气质性格与互补的处事风格,撑起了苹果早期的行业洞察与前卫设计;常被遗忘的第三位创始人罗纳德·韦恩,本是雅达利工程师,受乔布斯邀请起草合伙协议、持股 10%,却因怕承担公司债务,12 天后以 2300 美元回售股权,这笔份额放

到 2026 年价值超 3500 亿美元。沿用至今的被咬一口的苹果 logo,是当时的艺术总监罗勃·简诺夫的设计:“咬一口是为了让人一眼认出是苹果而非樱桃”,巧合的是“咬(bite)”与电脑基本单元“字节(byte)”同音,误打误撞成了绝妙双关,至于那六条彩色横纹则对应苹果二号机能显示的六种颜色。而被视为“失败作”的初代麦金塔(Macintosh),由第 31 位员工杰夫·拉斯金主导,名字取自他喜欢的“McIntosh”苹果品种,2495 美元的高售价让销量惨淡,却为后来的个人电脑兴起埋下了伏笔。

从斯卡利入局、乔布斯出走,到 1997 年乔布斯回归,iMac、iPod、iTunes、iPhone、iPad、App Store 相继登场,创造一个个行业神话;从 2011 年乔布斯离世,到库克接棒,AirPods、Apple Watch、VisionPro 陆续发布,苹果业务版图拓展至移动支付、健康科技、芯片设计,成长为全球首家万亿市值公司。这些读者见证过的大事件,均在书中完整铺展开来。这本书就像一本详实的苹果大事纪要,细密的历史细节,让苹果五十周年这份回望多了厚重的仪式感。

为写好这本书,波格访谈了 150 位关键人物。同时,他特别申明苹果公司并未对本书内容有任何审阅或干涉,相反,公司搭建了受访者的沟通管道,提供了便利。《福布斯》评价这本书为“关于苹果历史非常深入、研究详尽、撰写出色的鸿篇巨著”。波格并没有止步于企业史记录,更试图拆解苹果的商业底层逻辑,他认为苹果的故事是“狂热的不眠夜与创造性反叛的混合体,关乎管理、营销与战略,也关乎创意、自驱与痴迷”,是所有企业都值得研究的标杆样本。

倘若你熟悉苹果的历史,不妨直接翻到第四部分,聚焦库克时代。波格直言,没有乔布斯的苹果确实失去了石破天惊的创新节奏,库克时代的产品,无论颠覆性还是社会影响力,都难以比肩乔布斯的 i 系列。对此,波格秉持了客观、审慎、辩证的态度,将其归纳为曾经的时代机遇、文化土壤、产业转向,如今,这些因素要么不复存在,要么已然改变。波格并没有遮掩苹果现存的问题或掣肘进步的阻力,例如手机销售放缓、税务风波、接受欧盟反垄断调查以及面对不同国家和地区的政策审查等。同样的,他也毫无避讳地表达了对苹果未来的期待:苹果不断推陈出新、迭代改善,以“如果乔布斯在,他会怎么思考”的组织文化传承来推动着这家科技企业的一路前行。

立足五十周年,波格结合大量高管、员工访谈,提炼出 15 个定义苹果内核的关键词:专注、保密、美学、不是第一但求最好、简约、封闭系统、小型收购、隐私、卓越执行力等。这些特质构筑苹果的底层共识,塑造企业的思考模式、战略方向与行事风格,也会决定苹果下一个五十年如何前行。

乔布斯生前常说,苹果诞生于科技与人文的交汇点。他不仅在心中笃信这个理念,更将其贯彻于领导力风格之中。后来接棒的库克,也延续了这一核心主线。此刻,波格也为世界上的“苹果迷”和关注苹果的人们带来了一部集科技与人文双维度的优秀作品。在科技层面,他通过一部苹果的发展史以点带面地串联起了半部硅谷风云录;在人文层面,科技不是冷冰冰的产物,背后的艺术审美、信仰追求、人文关怀往往决定了一家企业能走多远、对世界影响有多深。因此,想了解苹果,《苹果传:五十年传奇》注定是一本绕不开的著作。

■ 披沙录



《AI全球商业版图》
吴 琼 著
中信出版集团
2026年7月出版

AI正在从技术概念变成新的基础设施、生产力引擎和财富分配机制。它改变的不仅是行业,更是每个人的工作方式、职业选择和人生路径。本书正是一本帮助读者看懂这场变化的书。作者以全球视野梳理 AI 时代的领军企业、核心赛道和商业逻辑:从 OpenAI、Anthropic、英伟达,到 DeepSeek、智谱、MiniMax、豆包、寒武纪、宇树科技;从大语言模型、算力基建、具身智能到世界模型。它不是简单罗列公司案例,而是帮助读者理解 AI 浪潮背后的技术壁垒、产业拐点、资本逻辑和未来机遇。在数智时代,理解 AI 已不只是科技从业者的任务,而是每个想把握未来的人都应补上的一课。读懂这本书,你会更清楚地理解行业为什么变化、机会将在哪里出现、个人又该如何选择。



《金融GPT:人工智能与全球经济安全》
(美)詹姆斯·瑞卡兹 著
舍 其译
上海译文出版社
2026年6月出版

ChatGPT 出现后,人们很快见识到 AI 写诗、写代码、处理信息的能力。但本书提醒我们,AI 不只是效率工具,它也可能成为金融系统的新风险源。本书作者詹姆斯·里卡兹是长期关注金融危机的经济评论家,他在书中提出一个尖锐问题:AI 会不会成为下一场全球金融危机的“总导演”?书中描绘了一个由 AI 驱动的金融新世界:算法交易、智能风控、自动化决策正在改变资本市场,但 AI 的局限性、训练数据偏差、模型黑箱、深度伪造和网络攻击,也可能让市场波动更快、更隐蔽、更难控制。这本书的价值不在于鼓吹 AI 万能,而在于提醒读者保持警惕。对于关注投资、金融、科技治理和未来经济安全的读者来说,本书提供了一种冷静风险评估视角。它提醒我们,面对 AI 时代,最重要的是不盲目兴奋,而是提前理解系统、识别风险、守住判断。



《像经济学家一样思考》
(英)罗比·麦克里 著
许洁英 译
广西师范大学出版社
2026年6月出版

经济学并不只是研究钱,而是研究人们如何做选择、如何理解社会、如何面对稀缺与激励。本书通过 28 位经济学家的人物速写,带领读者跨越两千多年经济思想史,看见不同时代的思想者如何解释世界、改变世界。书中既有亚当·斯密关于自利与市场竞争的思考,也有凯恩斯关于政府如何挽救经济的理论;既有科斯对企业边界和市场边界的洞见,也有女性诺奖得主迪弗洛帮助贫困社区摆脱贫困的实践。它让读者看到,经济思想并不遥远,而是与现实中的就业、收入、政策、贫富差距、性别差异和公共选择紧密相关。这本书适合零基础读者,它没有复杂图表和公式,而是通过生动的人物小传展开,每章篇幅不长,碎片时间也能读完一位大师的核心思想。更重要的是,它不只是讲历史,而是教读者像经济学家一样思考:识别激励、权衡成本、理解制度,做出更明智的判断。



《历史的账簿》
刘大洪 著
天津出版社
2026年6月出版

中国古代经济究竟强不强?历代王朝兴衰背后,有没有可量化的经济线索?近千年中西发展路径为何出现差异?本书尝试用现代统计指标回答这些问题。作者刘大洪耗时多年,在大量史料和前人研究基础上,建立了一套涵盖 GDP、粮食产能、人均收入、财政收支等指标的定量分析框架,并结合气候变迁、灾荒史、技术革新等因素,描绘出从先秦到清末的古代经济发展全景。它试图弥补传统经济史研究中“定性分析多,定量统计少”的不足,也为读者提供理解王朝兴衰的新视角。书中还进行了跨朝代比较和国际比较,尤其对近千年中西发展路径差异提出新的解释。作者对安格斯·麦迪逊提供的公元 1 至 1820 年中国历代人均 GDP 统计提出质疑,并对“资本主义萌芽”“大分流”等假说进行重新审视。如果你想跳出“盛世”“衰落”等模糊判断,用数据和比较框架重新认识中国古代经济,这本书值得一读。